Vol. 1 No. 1 June, 2003

文章编号: 1672-3031 (2003) 01-0063-07

流形元法与结构模拟分析

张国新l

(1. 中国水利水电科学研究院 结构材料研究所、北京 100038)

摘要:本文在原有一阶流形元法的基础上推导了二阶流形元法数值计算模型,并开发了可以模拟沿结合面开裂、 沿数学网格开裂,裂缝沿任意可能方向扩展及考虑裂隙渗流对变形的耦合作用分析裂隙边坡的稳定性程序。作 为应用实例,计算了受刚性板挤压的圆柱体的接触应力、悬臂梁的大变形、不连续块体边坡崩塌破坏、拱座的 破坏失稳及移动中梁的破坏问题。结果表明,流形元法可以以较高的精度分析一般结构的变形及应力、接触应 力及大变形问题, 并能很好地模拟不连续介质的破坏及块体的运动。

关键词: 流形元法: 大变形: 接触: 块体运动

中图分类号: TV31 文献标识码: A

1 前言

许多工程结构中会有不连续面的存在。有的不连续面是根据构造的需要设置的,有的则是源于加 工缺陷或在使用过程中产生的损伤或破坏。不连续面的存在使结构的物理力学特性变得复杂,同时也 极大地增加了数值分析的难度。在不连续结构的数值分析方面,传统的方法可以分为两类,一类是基 于连续力学的分析方法,如有限单元法、边界元法等。这类方法或者忽略单个不连续面的存在,将结 构视为连续体,用考虑了裂缝分布的各向异性单元或裂缝张量、损伤张量等等价连续方法近似模拟裂 缝的影响,或者用类似与节理单元(GOODMAN 单元)等特殊单元模拟少数裂缝的影响,多用于分析 结构破坏之前的应力、变形特性,或根据应力、变形的分析结果对结构的安全性进行评价。另一类则 是以不连续力学为基础的分析方法,如离散单元法 (DEM)[1]、不连续变形分析法 (DDA)[2] 和刚体弹 簧模型[3] 等。这类方法将结构看作离散的块体,块体与块体之间用接触弹簧连接起来,主要用于分析 结构破坏和破坏后的块体运动。在这两类数值方法中,第一类方法可以以较高的精度分析结构内部的 应力和变形,但难以处理多裂隙等不连续问题和结构破坏后块体的运动。第二类方法可以很好地模拟 块体的运动及块体、不连续面之间的接触,但由于在数值模拟时将每一个块体作为一个单元,难以给 出理想的应力分布。因此对于含有大量节理裂隙的不连续结构,这两类方法都难以给出理想的结果。

石根华于 1991 年提出的流形元法[4], 将基于连续力学的有限单元法和基于不连续分析方法的 DDA 结合起来,可分析结构的应力分布和破坏之后的块体运动规律,具有很强的适应性。在 DDA 中 曾开发了一套非常有效的接触搜索及处理方法,可以很好地模拟不连续面及块体之间的相互接触,但 由于一个块体为一个单元,难以给出理想的应力分布。为了克服这个缺点,流形元法在继承了 DDA 的接触和块体定义方法的基础上,另外设置了专门用于定义块体内部插值函数的数学网格。这样,流 形元法不仅可以象 DDA 那样有效地模拟不连续面的接触和块体的运动,而且可以象有限元法那样精 确地求解块体内部的应力分布。因此可以用来分析一般的变形问题、大变形问题、接触问题、块体运 动问题等。尤其分析象节理岩体那样的含有大量不连续面的结构,流形元法是一种非常有效的方法。 流形元法有3个特点: (1) 使用 Cover 的概念, 在每个 Cover 上定义一个连续、光滑的局部函数, 多个 Cover 通过连接函数构造出整体函数,即用分片光滑逼近光滑连续的整体函数; (2) 使用两套网格, 物理网格用以定义材料和积分域,数学网格用以定义插值函数: (3) 其巧妙的接触处理方法,不连续

收稿日期: 2003-04-20

作者简介:张国新(1960-),男,山东人,博士,教授级高级工程师,主要研究方向为水工结构及计算结构力学。

介质的数值模拟中,接触的模拟是最大的难点,流形元法中使用的接触模拟方法,可以快速求解众多 的接触构成的大型非线性方程。由于这些特点,流形元可以模拟连续介质、非连续介质及连续介质的 破坏过程。

2 流形元法的基本概念

2.1 Cover 和两套网格 流形元法提出了 Cover 的概念并使用两套网格,这是流形元法与有限元法的最大区别之处。Cover 用以定义各个区域的局部函数,每个 Cover 覆盖着一个固定的区域,该区域的大小、形状可以根据所解决的问题任意选择。Cover 可以互相重叠,所有的 Cover 覆盖了整个物理区域。

两套网格是指物理网格和数学网格。物理网格由定义材料区域和不连续面的曲线即物理边界和节理裂隙组成,用以定义所分析的问题的物理区域和积分领域。数学网格则是在物理网格之上贴上的一层规则或不规则的用以定义 Cover 的闭合曲线,同时用来定义插值函数。数学网格的定义可以和 Cover一样任意选择,只要能够覆盖整个物理区域即可。覆盖一个完整 Cover 的闭合区域又称为一个数学 Cover。数学 Cover 与物理边界相交,则形成物理 Cover。如果一个数学 Cover 被物理边界切割成数块,则每一块称为一个物理 Cover,每一个物理 Cover 上需要定义一个局部函数。数学网格和物理网格互相切割形成的所有封闭区域称为单元。单元可以是任意形状,如任意的凹凸曲边或直边多边形。一个单元可以被一个或多个物理 Cover 覆盖,而覆盖该单元的所有物理 Cover 决定了该单元的物理特性。一个单元是一个基本的积分领域。

使用有限元网格的流形元法,其数学网格与有限元法的计算网格相同,但在节点及单元的定义上则区别于有限元法。有限单元法中的节点必须位于物理域内或边界上,而流形元法中的节点则可以定义在物理区域之外。有限单元法中的一个单元的物理领域与构造插值函数的插值领域必须一致,而在流形元法中,单元的物理领域与插值网格可以完全分离,只要求插值网格完全覆盖物理领域即可,即意味着一个单元可以与数学网格中的一个三角形重合,也可以是三角形的一部分。当所有的单元全部与数学网格中的插值三角形一致时,即成为有限元法中的网格。在这个意义上,有限单元法可以看作是流形元法中的数学网格与物理网格完全重合的特例。流形元法与有限单元法在网格定义上的另一个区别是,有限元法中的单元必须是规则的,而流形元法中的单元可以是任意形状,因为流形元法使用单纯形积分法。对单元形状没有要求。

2.2 局部函数和整体函数 流形元法在每一个物理 Cover 上必须定义一个局部函数。一般意义上的流形元法的局部函数可以根据具体问题任意定义,它可以是常量、线性函数、高次函数,也可以选择满足该领域解的解析函数。用权函数将局部函数联系起来,就定义了整个物理领域上的整体函数。设物理 Cover U_i 上的局部函数为 u_i (x, y), $(x, y) \in U_i$, 则整体函数可用权函数定义为:

$$u(x,y) = \sum_{1}^{n} w_{i}(x,y) u_{i}(x,y)$$
 (1)

其中:
$$w_i(x, y)$$
 >0, $(x, y) \in U_i$; $w_i(x, y) = 0$, $(x, y) \in U_i$; $\sum_{(x,y) \in U_i} w_i = 1_0$

目前使用有限元网格的流形元法一般取 Cover 的局部函数为常量。使用常数局部函数和线性权函数构成的插值函数,与有限单元法中的三角形三节点单元的插值函数一致。局部函数 u_i 即是有限单元法中的节点未知量,权函数 w_i (x, y) 即为有限单元法中的形函数。

3 二阶流形元法

二阶流形元法的构筑有两种方式: (1) 使用线性 Cover 函数和线性权函数; (2) 使用常数 Cover 函数和二阶权函数。本文借鉴有限单元法的二阶位移函数的构造方法,用 6 节点三角形构成数学网格。将位移函数取为完全二阶函数:

$$u(x,y) = a_1 + b_1 x + c_1 y + d_1 x^2 + e_2 xy + g_1 y^2$$

$$v(x,y) = a'_1 + b'_1 x + c'_1 y + d'_1 x^2 + e'_2 xy + g'_1 y^2$$
(2)

式中: $a_1, b_1, c_1 \dots, a'_1, b'_1, c'_1 \dots$ 为构成位移函数的系数, x, y 为位于三角形之内的坐标值。

设数学网格上一个基本三角形的节点位移为 $\{D\} = \{u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ \cdots \ u_6 \ v_6\}^{\mathsf{T}}$,由数学网格上的 6 个节点的坐标及已知位移值,就可以很容易地求出位移函数中的各系数。

今:

$$\begin{bmatrix} f_{11}f_{12}f_{13}f_{14}f_{15}f_{16} \\ f_{21}f_{22}f_{23}f_{24}f_{25}f_{26} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{61}f_{62}f_{63}f_{64}f_{65}f_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1y_1 & y_1^2 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2^2 & x_2y_2 & y_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_6 & y_6 & x_6^2 & x_6y_6 & y_6 \end{bmatrix}^{-1}$$
(3)

则权函数 $w_i(x, y)$ 可表示为:

$$(w_1 w_2 \cdots w_6) = (1 x y x^2 xy y^2) \begin{bmatrix} f_{11} f_{12} f_{13} f_{14} f_{15} f_{16} \\ f_{21} f_{22} f_{23} f_{24} f_{25} f_{26} \\ \vdots & \vdots \\ f_{61} f_{62} f_{66} f_{64} f_{66} f_{66} \end{bmatrix}$$
(4)

其中 $w_i = w_i$ (x, y)。同理可以证明,式 (2) 两个方程中的系数相同。单元内位移可用权函数和节点位移表示成:

$$\begin{cases} u(x,y) \\ v(x,y) \end{cases} = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & w_2 & 0 & \cdots & w_6 & 0 \\ 0 & w_1 & 0 & w_2 & \cdots & 0 & w_6 \end{bmatrix} \begin{cases} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \vdots \\ u_6 \\ v_6 \end{cases} = [T(x,y)] \{ \delta \}^e$$

$$(5)$$

这里,[T(x, y)] 为权函数矩阵,与有限单元法中的形函数是一致的。由以上方法构成的位移函数,满足收敛的 3 个充分必要条件,因此解的收敛性可以得到保证。流形元法的基本方程及各矩阵的求法见文献 [4、8]。

4 破坏的模拟

作者开发了可沿结合面开裂、沿数学网格开裂和裂缝可沿任意可能方向发展的破坏模拟程序。并 开发了用流形元的前处理形成的裂隙网格系统分析裂隙渗流及裂隙渗流一变形耦合作用程序。可用于 裂缝岩体的稳定分析、破坏分析、结构的开裂、裂隙水引起的边坡失稳等各种与不连续结构有关的力 学问题。

结构破坏一般有 2 种方式,一是沿薄弱部位,如节理、裂隙、软弱夹层、混凝土结构的构造缝等,另一种是裂缝在连续介质内扩展。本文开发的流形元法程序可以模拟这 2 种情况。当沿已有构造面破坏时,采用 Mohe Coulomb 准则作为破坏准则,即当沿构造面的法向应力 5 和切向应力 5 满足下式时,构造面破坏。

张拉破坏:

$$- G_n = T_0$$

剪切破坏:

$$T_s = C, \quad \text{当} \, \sigma_n < 0 \, \text{且} - \, \sigma_n < T_0 \, \text{时} \tag{6}$$

$$T_s = C + \sigma_n \operatorname{tg} \phi, \quad \text{ if } \sigma_n > 0$$
 时

式中: σ_n 为法向力 (压为正); τ_n 为切向力: ϕ 为摩擦角: T_n 为抗拉强度: C 为凝聚力。

连续介质内新裂缝的产生遵循允许应力准则,即当某区域的应力状态满足材料的允许应力(强度) 即产生裂缝,裂缝的方向与破坏模式有:拉裂破坏时,裂缝方向与第一主应力垂直,剪断破坏时、裂缝方向与最大剪应力方向相同。

连续介质内已有裂缝的扩展遵循断裂力学应力强度因子准则。脆性断裂力学认为,裂缝的扩展并不取决于缝端应力的绝对值,而是取决于缝端的应力集中程度,可用缝端应力强度因子表示。当缝端的应力强度因子达到某临界值时,裂缝开始扩展,该临界值称为断裂韧性。判断裂缝是否扩展的第一步即是计算缝端应力强度因子。根据二阶流形元求出的位移场,进一步用带有缝端奇异解的奇异边界元法求解应力强度因子^[5]。当缝端应力强度因子求出后,可用最大周向应力准则判断裂缝是否扩展及扩展方向。根据该准则、裂缝的扩展方向 θ 满足下列方程:

$$K_{\mathrm{I}} \sin \theta_{0} + K_{\mathrm{II}} \left(3\cos \theta_{0} - 1 \right) = 0 \tag{7}$$

式中: K_{\perp} 、 K_{\parallel} 为第 \perp 、 \parallel 型应力强度因子; θ_0 为裂缝扩展方向与初始裂缝的夹角。

复合型断裂问题当满足下式时裂缝开始沿 0。方向扩展:

$$\cos\frac{\theta_0}{2}\left(K_{\perp}\cos^2\frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2}K_{\parallel}\sin\theta_0\right) = K_{IC}$$
 (8)

5 应用举例

5.1 接触问题 二阶流形元法的一个很重要的应用是分析接触问题。图 1 为一半径 r=1m 的圆柱体在 2 个大刚性板挤压下的变形及接触问题。下板的底面为固定约束,上板的顶面给定匀速向下的位移,以向圆柱施加压力。加载速度为 1 cm/ s。图 1 (b、c、d) 分别为顶板位移为 0.1 m、0.5 m 和 0.8 m 时的圆柱变形。

图 2 给出了不同加载阶段板与圆柱之间的接触应力分布,同时给出了顶板位移为 0.4m 时根据 Hertz 解算出的接触应力分布形式。比较计算结果可以看出,流形元法的计算结果与 Hertz 解析解在分布形式上是一致的。但计算得到的接触应力分布曲线不很光滑,尤其是荷载水平较小时比较明显。原因有两方面,一是圆形截面是用多边形近似的,其周边本身就不光滑。另外在 2 个单元的交界处应力不连续,这一点与有限单元法是相同的。

5.2 大变形问题 流形元方程按分步叠代法求解,每一步计算时限制其最大位移,以保证每一步计算

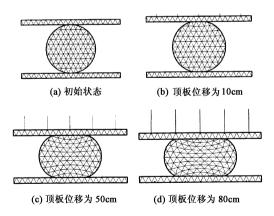


图 1 受 2 个刚性板挤压时圆柱的变形

中满足小变形准则。在每一步计算之后,将位移叠加到节点坐标上以形成变形后的新的节点坐标。这样每一步计算均为小变形,但叠加在一起则成为大变形,因而流形元法可以用来计算大变形问题。

作为大变形问题的一个计算实例,本文分析了一悬臂梁在均布荷载作用下的变形问题,并与解析解及大变形有限元法结果进行比较。图 3 为一长和宽分别为 L=10m 和 H=1m 的悬臂梁。在梁的上下表面作用有强度为 P/2 的均布压力。材料的弹性模量为 E=1.2GPa,波桑比为 V=0.2。用本文的二阶流形元法计算了 2 种荷载工况,一种是荷载始终保持铅垂方向,即荷载的方向不依赖于梁的变形。另一种为荷载始终垂直于梁的表面,即跟随荷载。梁的右端挠度的计算结果与解析解^[6] 及大变形有限元结果^[7] 的比较见图 3,二阶流形元法的结果与解析解及有限元法结果吻合得很好。

5.3 块体运动问题 图 4 给出了 1 个模拟块体边坡沿斜面崩塌破坏的简单的例子。边坡只受自重荷载作用。计算参数为: 材料容重 Q=2.5t/m³,弹性模量 E=10GPa,波桑比 V=0.2,弹簧刚度 p=1

1000000 k N/m,最大时间步长 $\Delta t = 0.01 s$ 。初始状态时边坡的左侧墙受到约束,在 t = 0.0 s 时,将约束突然撤掉,则边坡在自重作用下开始沿斜面滑动。图 $4 (b) \times (c) \times 1000000 c$ 知 (d) 给出了几个不同时刻边坡滑动的例子。由图可以看出,二阶流形元法的模拟十分有效而合理。

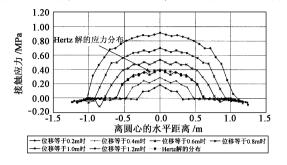


图 2 在不同变形水平时圆柱与刚性板之间的接触应力分布

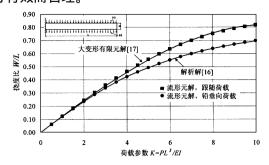


图3 流形元法计算结果与解析解、有限元解的比较

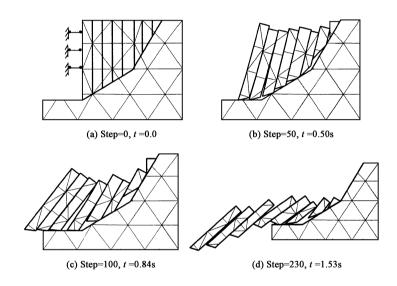


图 4 块体边坡沿斜面的崩塌破坏

5.4 拱坝坝肩稳定及基础处理效果模拟 某坝肩含有影响稳定的6条断层,分别用F1、F7、F8、F9、F30表示,其中F30宽达5m。为了研究该坝肩的承载力、稳定性及合理的基础处理措施,曾用石膏模型做过一系列模型试验。本文用流形元法对坝基处理前和用2.0m、3.5m 混凝土墙加固后的坝肩进行破坏模拟分析,并将计算结果与实验结果进行比较。在给定水压、地震荷载及温度荷载作用下,单位厚度的拱所传递的拱座推力为5200t。

图 5 (a) 为基础处理前坝肩破坏的实验结果。图中数字表示裂缝出现的先后次序。实验所得的最大承载力为 1.2P。图 5 (b) 为相应的计算破坏过程。由图可以看出,裂隙首先从 F30 内出现,当加载到 1.3P 时,沿 F8、F7 形成一条贯穿的破坏通道,导致坝肩失稳。计算所得到的破坏过程及安全系数与实验结果吻合良好。

作为基础处理的探讨方案之一,自拱座开始,沿拱的推力线方向用 2.0m 厚的混凝土墙进行加固。加固形式及石膏模型实验和数值模拟的结果见图 6。由图 6,用混凝土加固后,拱座推力被混凝土墙传向了基础深部,使 F7、F8、F9 各断层的受力减小,在各断层中裂隙出现时的承载值增加,加载到 2.6P 时沿 F30、F1 形成一个贯穿的破坏面,使坝肩沿该破坏面失稳。加固后的基础安全系数由原来的 1.2 提高到 2.6。计算所得的破坏形式与实验结果有一定的差异,没有形成沿 F8、F7 的破坏面。

图 7 为用 3. 5m 厚混凝土墙加固后的实验与计算结果。该方案加固后基础承载力大大提高,由原来的 1.2P 提高到 4.2P。数值模拟结果的裂隙出现的顺序与试验结果相似,同样形成两条贯穿破坏面。

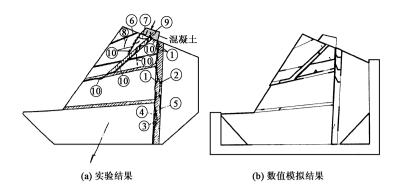


图 5 基础处理前坝肩破坏的实验结果与模拟结果

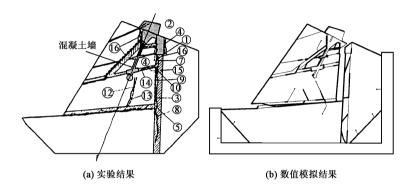


图 6 2 0m 方案的试验与计算结果

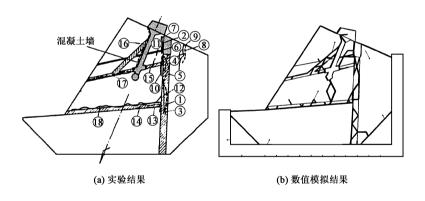


图7 用 3 5m 厚混凝土墙加固后的试验与计算结果

5.5 移动中梁的自重弯曲破坏 图 8 (a) 所示的位于平台之上的 $10m \times 2m$ 的梁,在水平推力 P (t=0, P=0; $t \ge 1$, P=1t) 作用下向前移动。用本文方法模拟移动过程中由于自重引起的破坏。计算中所用的参数如表 2。为了使梁易于破坏,采用了较低的强度。在 P 的作用下,梁开始向前移动。当梁的前端向前伸出成为悬臂梁后,梁的上表面出现拉应力(图 8 (b)),产生裂缝,并向下扩展,直至梁断为两截(图 8 (c))。断下部分由于重力作用向下运动,与底板撞击后产生的冲击应力使该部分破坏为数块(图 8 (d)、(b))。剩余部分梁在 P 的作用下继续向前移动,并在自重作用下又断为两截。最后梁破碎成多个碎块(图 8 (e)、(f))。

表 2 计算条件及材料参数

弹性模量	波松比	断裂韧度	单位质量	抗拉强度	凝聚力	摩擦角	计算模式	罚因子
/M Pa		$/ (N/cm^{3/2})$	$/$ (t/m^3)	T_0 / MPa	C/MPa	φ (°)		/ (kN/m)
19600	0 24	45	2. 3	0 2	0. 6	30	动态	4900000

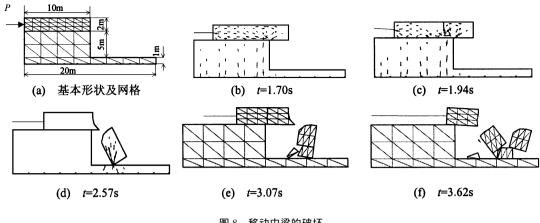


图 8 移动中梁的破坏

结束语

采用有限元法网格作为数学网格的流形元法,由于利用了与有限单元法相似的位移函数和能量原 理,使得该方法具有与有限单元法相同的精度。该方法提出了 Cover 的概念和独特的网格处理方式。 使用独立的两套网格即物理网格和数学网格分别定义物理积分区域和插值函数,使得流形元法可以很 容易地确定块体与块体之间、不连续面与不连续面之间的相互关系,并能有效地模拟块体的运动、接 触等问题。本文将一阶流形元法扩展到了二阶精度。扩展后的流形元法不仅可以以较高的精度求解一 般的结构变形、应力问题,而且还可以很好地模拟大变形及接触应力问题,特别是对应力和位移要求 较高的裂缝扩展和结构破坏问题。在二阶流形元的基础上,开发了沿已有构造面、数学网格的边及任 意部位开裂的程序,同时与奇异边界元法相结合,求解缝端应力强度因子,进而模拟裂缝的扩展。在 作者开发的程序中,还加入了裂隙渗流与变形的耦合作用、锚杆等模拟功能。扩展后的程序不仅可以 计算一般的变形与应力问题,还可以模拟破坏裂缝扩展等不连续问题。流形元法在连续力学与不连续 力学之间架起了一座桥梁。可以预料,流形元法将会在结构及基础的变形及破坏分析方面得以广泛应 用。

考 文 献:

- Cundall P A. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky rock system [C]. ISRM Sym-[1] posium, Nancy, France, 1971, 11-18.
- [2] Shi G H, R E Goodman. Two-dimensional discortinuous deformation analysis [J]. Int. Journal Anal. Methods Geomech, 1985, (9): 541-556.
- Kawai T. New element models in discrete structural analysis [J] J. of the Society of Naval Architects of Japan, 1977, [3] 141: 187- 193.
- [4] Shi G H. Manifold method of material analysis [C]. Trans. 9th Ama Conf. On Appl. Math. And Comp., Rep. No. 92-1. U. S. Army Res. Office, 1991.
- [5] Zhang G X, Sugiura Y, Hasegawa H. Fracture simulations using manifold and singular boundary element method []]. J. of Geotech. Eng. (JSCE), 1999, 624 III-47: 1-10.
- [6] Holden J.T. On the finite deflections of thin beams [J]. Int. J. Solids Struc. 1972, (8): 1051-1055.
- Bathe K J, Ramm E, Wilson E L. Finite element formulations for large deformation dynamic analysis [J]. Int. J. [7] Num. Meth. Engng., 1975, (9) 353-386.
- [8] 张国新,彭静. 二阶流形元法与结构变形分析 [J]. 力学学报,2002,34 (2): 261- 268.

(下转第74页)

院、南京水利科学研究院、2001年.

[6] ICOLD. 69th ANNUAL MEETING [R]. DRESDEN, 2001.

Advances in the defect detection and repair technology for hydraulic concrete structures

LU Yi-hui¹, SUN Zhi-heng¹
(1 Dpet. of Structures and Materials, IWHR, Beijing 100038, China)

Abstract: This paper summarized the advances of novel materials, technology and techniques, which had been applied in the detection, evaluation and repair of the defect in hydraulic concrete structures. Hydraulic concrete structures are always affected by some environmental factors, such as water load, temperature etc. and may be in an ill-operation condition due to aging, therefore it is necessary to carefully examine, maintain and repair the structures for their safe preformance. Practice indicated that some preventive measures should be considered and implemented during design and construction stages. If designers and builders had paid more attention to the aging problems, occurrence of accidients would be avoided or delayed. If examination and repair for structures could be regularly carried out, the lifespan of structures would be extended.

Key words: hydraulic concrete; durability; detection; evaluation and repair

(责任编辑: 王冰伟)

(上接第69页)

Structure analysis by second-order Manifold Method

ZHANG Guo xin (1. Dept. of Structures and Materials, IWHR, Beijing 100038, China

Abstract: The Manifold Method is a newly developed numerical procedure. By a unique arrangement of numerical meshes and treatment to contact, the method is able not only to accurately analyze the structure displacement and stress distribution as can be done by applying Finite Element Method, but also to simulate the deformation of structures with many discontinuities and block movement as can be done by using Discontinuous Deformation Analysis. Based on the original first order Manifold Method, the author developed a second-order Manifold Method together with corresponding computational code. Application examples included analysis of contact stress of a cylinder compressed between rigid plates, large deformation problem of a cantilever beam and failure of a side slope with discontinuities. The results showed that the second-order Manifold Method was capable of analyzing structure deformation, stress, contact problems and large-scale deformation problems with relatively high accuracy. It would provide also the failure process and block movement with acceptable accuracy.

Key words: manifold method; large scale deformation; contact; failure; block movement

(责任编辑:王冰伟)